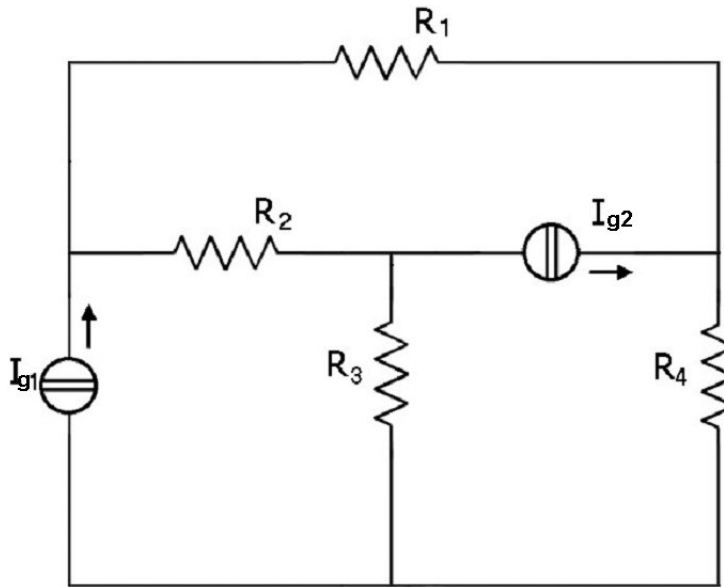


## Esercizio 2

Risolvere il circuito in figura utilizzando il metodo ai nodi.



$$\begin{aligned} R_1 &= 1\Omega \\ R_2 &= 1\Omega \\ R_3 &= 2\Omega \\ R_4 &= 2\Omega \\ I_{g1} &= -2A \\ I_{g2} &= -3A \end{aligned}$$

Figura 1

Risolvere un circuito utilizzando il metodo ai nodi significa determinare i valori delle tensioni ai nodi identificati.

Identifichiamo i nodi presenti nel circuito in esame e numeriamoli da 1 a 4, come in figura 2. Consideriamo come nodo di riferimento il nodo 4.

In figura 3 sono indicate le tensioni ai nodi  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , e il riferimento sul nodo 4. Il sistema risolvibile con il metodo ai nodi si ottiene scrivendo le leggi di Kirchhoff alle correnti per tutti i nodi individuati tranne il nodo di riferimento.

Sarà dunque in questo caso un sistema di 3 equazioni in 3 incognite e le uniche incognite saranno le tensioni di nodo. Si riporta di seguito il sistema risolvibile in forma canonica, per il quale si rimanda alla parte lezioni.

Il simbolo  $G_i (i = 1, \dots, 4)$  indica la conduttanza del resistore  $i$ -esimo ed è pari a  $1/R_i$ .

$$\begin{cases} (G_1 + G_2)E_1 & -G_2E_2 & -G_1E_3 & = I_{g1} \\ -G_2E_1 & (G_2 + G_3)E_2 & 0 & = -I_{g2} \\ -G_1E_1 & 0 & (G_1 + G_4)E_3 & = -I_{g2} \end{cases}$$

Risolviamo il sistema con il metodo di sostituzione, determinando le tensioni ai nodi.

$$\begin{cases} 2E_1 - E_2 - E_3 = -2 \\ -E_1 + \frac{3}{2}E_2 = 3 \\ -E_1 + \frac{3}{2}E_3 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3E_2 - 6 - E_2 + 4 - E_2 = -2 \\ E_1 = \frac{3}{2}E_2 - 3 \\ E_3 = -4 + E_2 \end{cases} \quad \begin{cases} E_2 = -2 + 6 - 4 = 0 \\ E_1 = -3 \\ E_3 = -4 \end{cases}$$

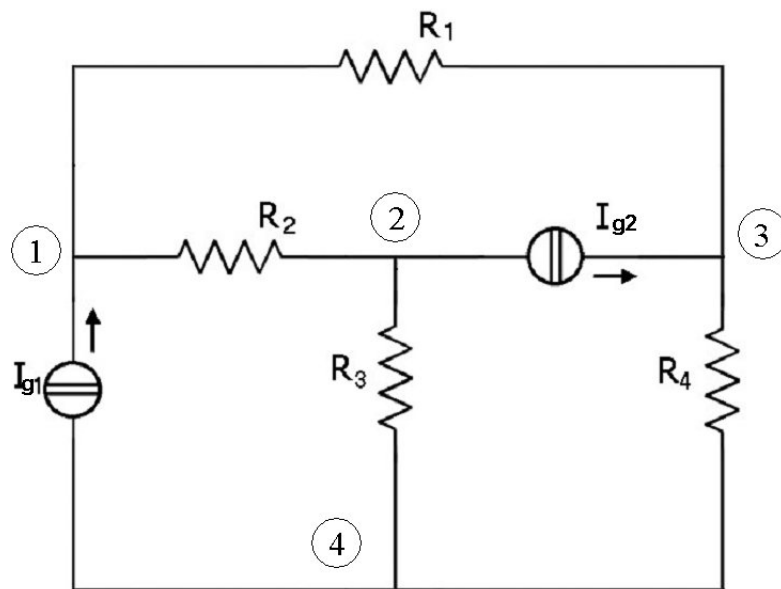


Figura 2

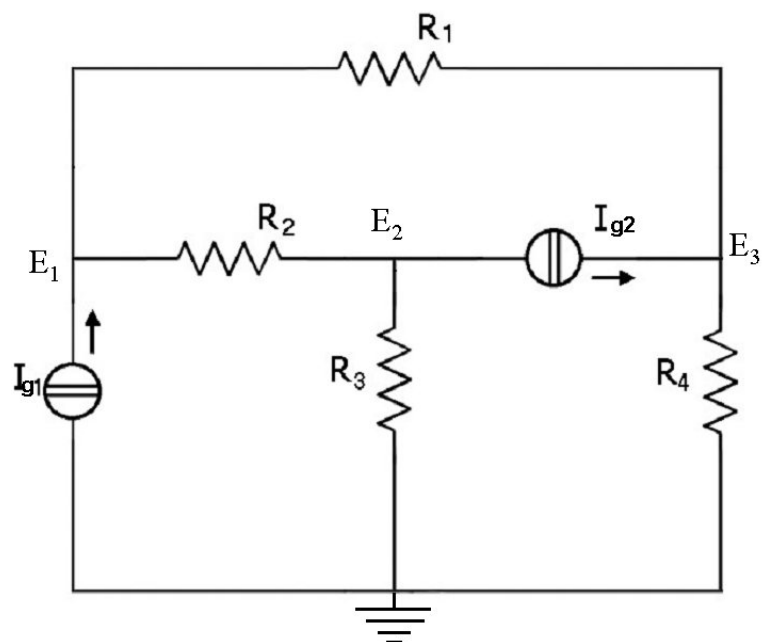


Figura 3

Effettuiamo ora il bilancio di potenza per il circuito in esame. Tale bilancio consiste nel verificare che la somma delle potenze erogate dai generatori è pari alla somma delle potenze assorbite dai resistori.  
Per tensioni e correnti che seguono si faccia riferimento alla figura 4.

Calcoliamo la potenza assorbita da ogni resistore presente nel circuito:

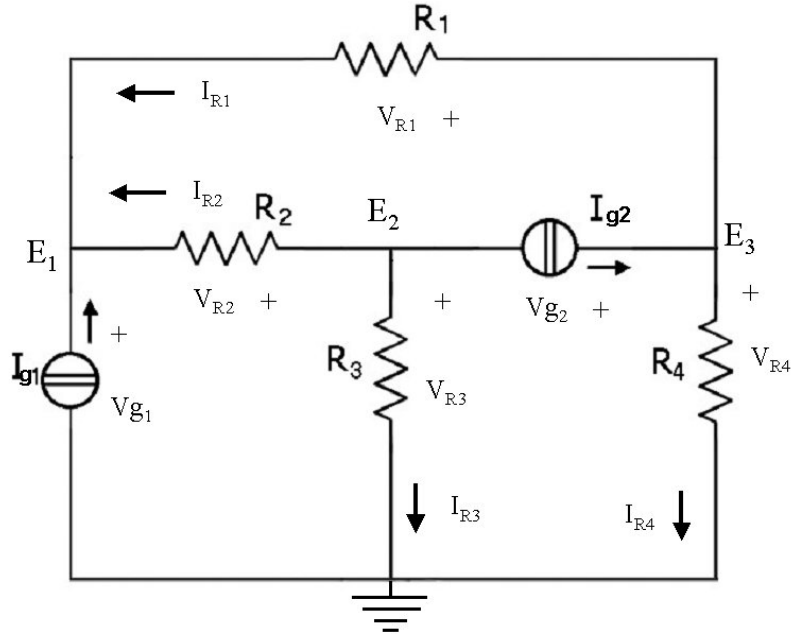


Figura 4

$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{E_3 - E_1}{R_1} = -1A$$

$$P_{R_1} = R_1 |I_{R_1}|^2 = 1W$$

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{E_2 - E_1}{R_2} = 3A$$

$$P_{R_2} = R_2 |I_{R_2}|^2 = 9W$$

$$I_{R_3} = \frac{V_{R_3}}{R_3} = \frac{E_2}{R_3} = 0A$$

$$P_{R_3} = R_3 |I_{R_3}|^2 = 0W$$

$$I_{R_4} = \frac{V_{R_4}}{R_4} = \frac{E_3}{R_4} = -4/2 = -2A$$

$$P_{R_4} = R_4 |I_{R_4}|^2 = 2 \cdot 4 = 8W$$

È importante notare che per il calcolo della potenza assorbita, i versi di tensione e corrente vengono presi coordinati in modo che la corrente entri dal + della tensione.

Calcoliamo ora la potenza erogata da ognuno dei generatori:

$$P_{g_1} = V_{g_1} I_{g_1} = E_1 I_{g_1} = -3 \cdot (-2) = 6W$$

$$P_{g_2} = V_{g_2} I_{g_2} = (E_3 - E_2) I_{g_2} = -4 \cdot (-3) = 12W$$

Si fa notare che per il calcolo della potenza erogata, i versi di tensione e corrente vengono presi coordinati in modo che la corrente esca dal + della tensione.  
La potenza assorbita complessivamente dai resistori è pari a:

$$P_{R_{tot}} = 18W$$

mentre quella complessivamente erogata dai generatori è:

$$P_{g_{tot}} = 18W$$

Il bilancio di potenza è così verificato.